

Vad är god matematik-undervisning?

Mona Røsselund
www.fiboline.no

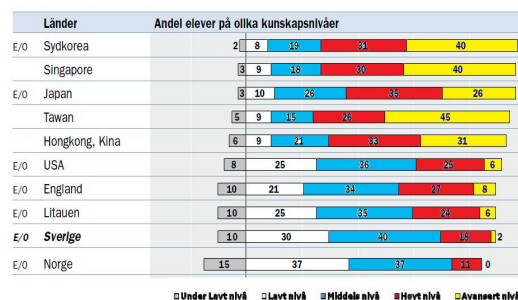
Översikt

- Hur ser vi till att eleverna utvecklar en allsidig kunskap i matematik, där förmågan att tänka får större fokus än förmågan att memorera?
- Hur lyckas vi få eleverna att känna att de förstår matematiken samtidigt som de utmanas tillräckligt och får möjlighet att nå så långt det är möjligt?
- Är det nödvändigt att göra förändringar i matematik-undervisningen? Vad säger forskningen och hur gör man i länder som lyckas?

Gissa tre kort



Resultat i matematik fördelat på kunskapsnivåer, årskurs 8



Singapore: En förändring var nödvändig

- Utbildningsdepartementet i Singapore (MOE) lanserade sin vision **"Thinking Schools, Learning Nation"** (TSLN) 1997.
- TSLN ville att eleverna skulle utveckla en grundläggande och begreppsmässig förståelse och tränga undan det fokus som tidigare legat på beräkningsprocedurer och regler.
- MOE menade att den undervisning som tidigare råddit givit eleverna en kunskap som varit stel, skolbunden med en begränsad användning i praktiken.

What is the key business of doing mathematics today and in the future?

To memorize?
To think?

Dags att höja förväntningarna



Jag tycker att de viktigaste formuleringarna i våra kurs- och ämnesplaner handlar om tilltro till sin egen förmåga. Sådan tilltro måste skapas genom att eleven klarar utmaningar och vinner nya sätt att resonera och agera – inte genom repetition av uppgifter som eleven kan eller upprepning av förklaringar som eleven redan hört. Hos eleverna måste tilltron skapas genom undervisningen. Men lärarna måste ha tilltron från början.

Ola Helenius, Universitetslektor i matematik och biträdande föreståndare för NCM

Pixel ett evidensbaserat läromedel

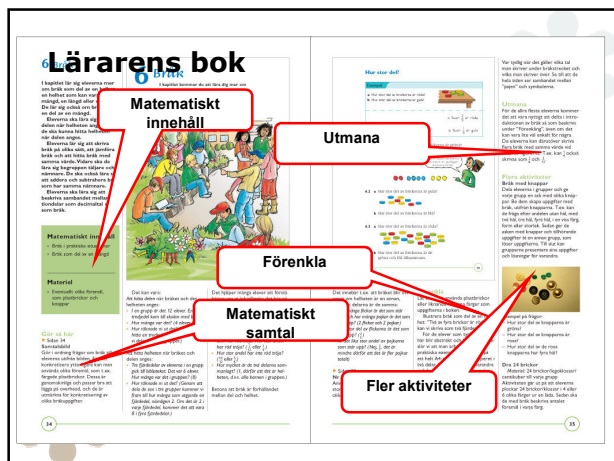
- Pixel bygger på forskning om hur man på bästa sätt stödjer såväl lärare som elev.
- När det gäller hjälp för läraren baserar vi oss på TIMSS-resultat och klassrumsstudier – som t ex Clarke&Clarke i Nämnaren i 2002:
- <http://nbas.ncm.gu.se/node/17326>
- och Askew, M., Brown, M., Rhodes, V., Johnson, D., & Wiliam, D. (1997). Effective teachers of numeracy: final report. London: King's College.

En sammanfattning av dessa resultat visar att framgångsrika lärare skiljer sig från andra genom att de:

- är bra på att tydliggöra de ämnesmässiga målen för eleverna och de ligger mer vikt vid vad eleverna ska lära sig än att organisera aktiviteter.
- arbetar mot förståelse i större utsträckning utan att det sker på bekostnad av faktakunskaper och färdigheter.
- visar sambandet mellan ämnen.
- varierar undervisningen för att utveckla olika delar av elevernas ämnesmässiga färdigheter.
- engagerar eleverna i konstruktiva diskussioner.
- är bra på att utmana eleverna, såväl svaga som de som har lätt för sig.

Detta ligger också bakom strukturen och innehållet i Pixel – lärarboken.

- Undersökningar i Norge visar att lärarna ger denna ett högt betyg. De upplever att lärarboken ger dem hjälp och stöd på ett helt annat sätt än tidigare handledningar – såväl vad gäller planering som genomförande.



Att ge stöd till eleverna

- När det gäller att hjälpa eleverna baseras Pixel på forskning som beskriver elevernas matematiska utveckling i detalj inom de olika områdena. En summering av den forskning vi använt oss av finner man i Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning, utgiven i USA av NCTM 2007.
- Här beskrivs allt ifrån hur eleverna utvecklar faktakunskaper till vilka missförstånd eleverna ofta utvecklas.
- En översyn av detta finns i Tal och tanke: <https://www.studentlitteratur.se/#33925-01>



Lgr 11

- Undervisningen ska bidra till att eleverna utvecklar förmågan att argumentera logiskt och föra matematiska resonemang.
- använda matematikens uttrycksformer för att samtala om, argumentera och redogöra för frågeställningar, beräkningar och slutsatser.
- välja och använda lämpliga matematiska metoder för att göra beräkningar och lösa rutinuppgifter

Jag vet att 7 plus 7 är 14, och om jag tar ett från en av 7-talen och lägger till den andra 7'or, så det blir det 6 plus 8 och det är också 14



För att beräkna $39 + 18$, lägger jag en till 39 och dra en från 18, eftersom det är lättare att räkna $40 + 17$.



Tecken på generalisering

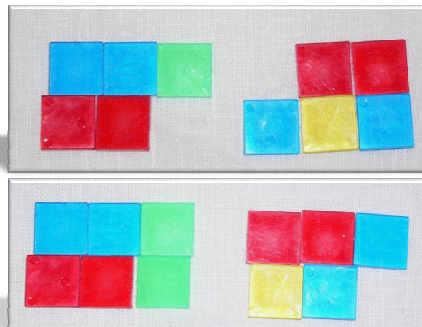
- När två tal läggs samman, kan man trekka från den första talen och lägga till den andra, och den totala summan vil vara den samma:
- För att göra detta synligt för alla elever, är det en fördel att använda ritningar eller laborativt materiell:



Utforska ytterligare med eleverna

- Kan vi använda samma strategi för subtraktion?
- Om inte, varför inte?
- Kommer det att finnas andra generella regler för subtraktion?

Generalisering; jämna tal och udda tal



Referenser till symbolerna

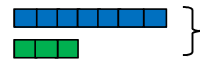
- Många elever får svårigheter med matematik, och det är självklart många orsaker till detta, men en av orsakerna kan vara för tidig abstraktion inom de olika matematiska områdena.
- Forskning visar vid upprepade tillfällen att för tidig fokus på algoritmisk lärande kommer att resultera i en oförmåga att internalisera, operationalisera och tillämpa matematiska begrepp på ett lämpligt sätt.

19

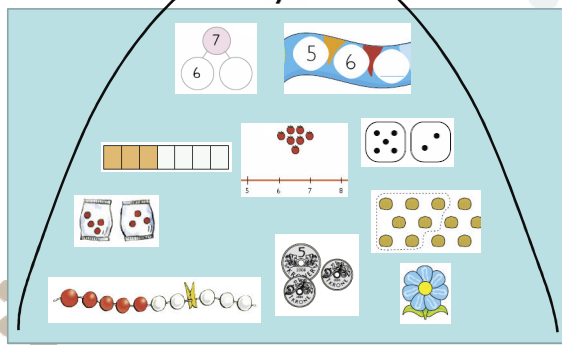
Å veksle mellom uttryksformer

- Abstrakt
- Abstrakt modell
- Konkret modell
- Konkret

$7 + 3 =$



Formell notation är toppen 7 av ett isberg



Referenter gir differensiering

Eksempel: Multiplikasjon med desimaler

Hvordan regne ut: $3 \cdot 1,8 =$

$$\begin{array}{r} 4 \leftarrow \text{Carry} \\ 1,8 \cdot 3 = \\ \hline 2 \\ 5 \\ \hline 27 \end{array}$$



22

Referenser till symbolerna

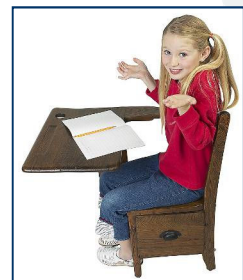
- Are, Jørgen och Kåre har varsin vattenflaska. De har druckit en del ur sina flaskor. De ser att:
Are har 0,4 liter mer än Jørgen och Kåre har hälften av vad Jørgen har. De har 3,4 l totalt.
Hur mycket vatten har varje pojke?

X	X	0,4	Are
X	X		Jørgen
X			Kåre

3,4 liter

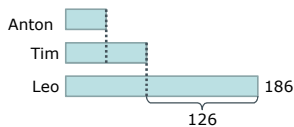
Problemlösning

- Jag fattar ingenting, läraren
- Ja, det var tänkt
- Börja med det du förstår!
- Kan du rita någonting?
- Kan du använda konkreta?



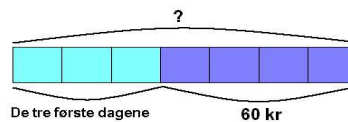
Teckna modell

- Anton har hälften så mycket pengar som Tim. Leo har 186 kr. Det är 126 kr mer än Tim. Hur mycket pengar har Anton?



Teckna en modell som hjälp för bråk

- Erik använde varje dag under en vecka $\frac{1}{7}$ av lönen. Efter tre dagar hade han 60 kr kvar. Hur mycket pengar använde Erik de första dagarna?



Vad innebär anpassad undervisning?

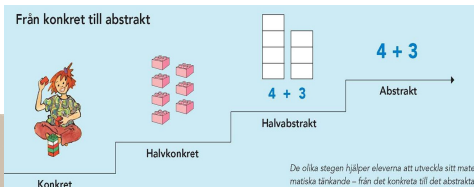
- Kan särskilja en smal och en vid innebörd av begreppet anpassad undervisning:
- Det smala tillvägagångssättet relaterar till enskilda elever och innebär en individualiserad undervisning för att ge eleverna en god utbildning.
- Den vida tillvägagångssättet innebär en mer generell strategi. Här lägger man tonvikten på gemenskap och fokuserar på lärandemiljöns betydelse för elevens lärande.

Bachmann og Haug (2006)

Anpassning till individen i Pixel

Trefaldigt:

1. Anpassa genom olika former av presentation
2. Anpassning genom tal
3. Anpassa genom olika uppgifter, men samma kompetens, både förenkling och utmaning.



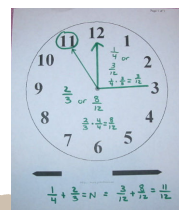
När använder vi bråk?

Bråk vid matlagning



Bråk och tid

- Ett kvartal
- Klockan



jan	febr	mars
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31

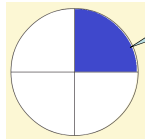
Bråk och idrott



Åttondelsfinal



Kvartsfinal



26-Mar-12

31

Koppling till andra ämnen

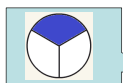
http://www.youtube.com/watch?v=VxpbMg_WASs



26-Mar-12

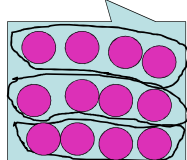
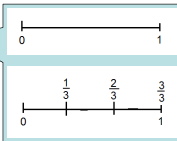
32

Tankekarta vad gäller bråk



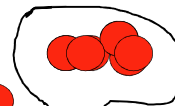
$\frac{1}{3}$

Delad i tre lika stora delar

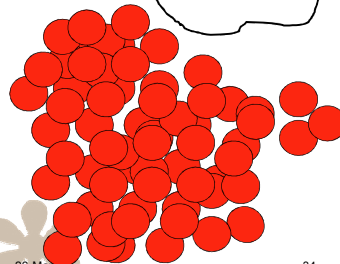


26-Mar-12

Spelet: Samla brickor



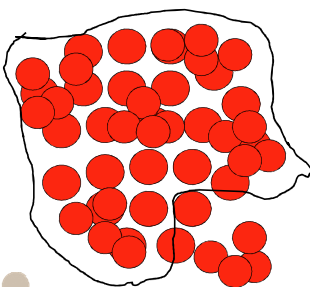
$\frac{1}{5}$



26-Mar-12

34

Spelet: Samla brickor



$\frac{5}{6}$

26-Mar-12

35

Fortsatt arbete i boken

Vad är det hela talet?

Exempel

$\frac{1}{3}$ av ett tal är 5. Vilket tal är det?

Det blir 5 tre gånger.

$$3 \cdot 5 = 15$$

Svar: Talet är 15.



6.29 Vilket tal är det?

a $\frac{1}{4}$ av ett tal är 5.

d $\frac{1}{8}$ av ett tal är 4.

b $\frac{1}{5}$ av ett tal är 6.

e $\frac{1}{6}$ av ett tal är 7.

c $\frac{1}{7}$ av ett tal är 8.

f $\frac{1}{7}$ av ett tal är 9.

6.30 I en påse är $\frac{2}{3}$ av godisbitarna röda.

Det är 12 röda godisbitar.

Hur många godisbitar är det i påsen?



Mer utmaning

I klass 6 på en skola är $\frac{3}{5}$ av eleverna flickor.

$\frac{1}{6}$ av dessa använder glasögon.

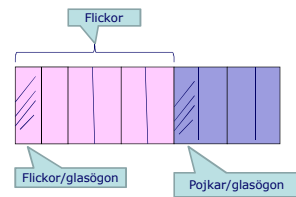
$\frac{3}{4}$ av pojkarna använder inte glasögon.

Hur stor del av klassen använder inte glasögon?

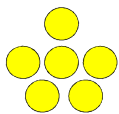


26-Mar-12

37



Vad har vi lärt oss idag?



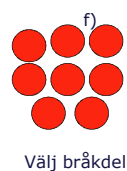
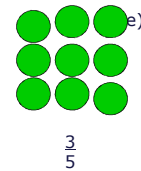
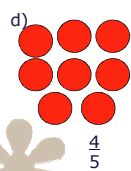
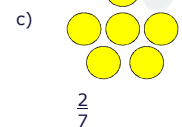
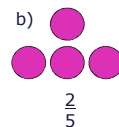
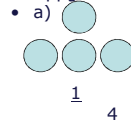
Här ser du $\frac{1}{3}$ av alla pärlor.
Hur många pärlor finns det totalt?

26-Mar-12

39

Hitta alla kulorna

• Uppgift 1:



26-Mar-12

40

Interaktiv skrivtavla

Elevoppgaver Multi