

Informasjon Singaporemodellen

Hva er heuristikk?

Heuristikken beskjeftiger seg med metodene som kan eller bør brukes for å oppnå ny erkjennelse, for å løse problemer og for å beskrive disse metodene. Adjektivet *heuristisk* betegner tilsvarende en lett tilgjengelig fremstilling av et tema, eller at ett perspektiv har et større potensial for å belyse strukturen av et problem enn et annet [1].

Begrepet Heuristisk ble brukt av George Polya i boken : ”*How to solve it*” i 1945, og betyr: ”Et generelt forslag til hva en kan gjøre når en skal løse ukjente problem”. Heuristisk er altså ideer til å løse problemer, dvs å lære ulike fremgangsmåter å utforske og løse problem.

I Singapore har de erfart at en bevisst satsing på en heuristisk innfallsvinkel til problemløsning har gjort elevene bedre rustet til å møte ulike type oppgaver i matematikk [2].

Ban Har sier:

*Heuristics are springboards for average students to do above-average thinking.
Heuristics are bridges for ordinary students to do extraordinary things.*

Han sier at ved blant annet å bruke ”tegn modell-metoden” er elevene blitt bedre i stand til å visualisere, se mønster og sammenhenger. Heuristikk er altså en effektiv måte å hjelpe elevene å håndtere informasjonen som er gitt i problemløsningsoppgaver, spesielt når oppgavene har mye informasjon. En heuristisk fremgangsmåte kan hjelpe elevene til å kontrollere deres egne tankeprosesser, særlig når oppgavene er typiske ”multi-step”-problemer.

Under finner dere noen eksempler på heuristisk i forhold til problemløsning. Dette er ulike metoder som elevene i Singapore lærer allerede tidlig på barnetrinnet:

1. Lag en representasjon:

Dvs; tegn en modell, lag en liste over gitt informasjon, bruk ligning

2. Lag en gjennomtenkt gjetning

Dvs; gjet og sjekk, se etter et mønster, lag hypoteser og antagelser

3. Gå gjennom en prosess

Dvs; dramatiser det som står, begynn bakfra, før og etter-spørsmål

4. Forandre på problemet

Dvs; gjenta problemet, forenkle det, løs deler av problemet.

Problemløsning - Visualisering og konkretisering

Når vi ser på lærebøkene i matematikk fra Singapore ser vi som sagt en systematisk opplæring helt fra de første årene på skolen i hvordan en skal gå frem for å løse problemløsningsoppgaver. Den mest vanlige metoden elevene lærer når de arbeider med problemløsningsoppgaver er den såkalte ”Tegn modell-metoden”.

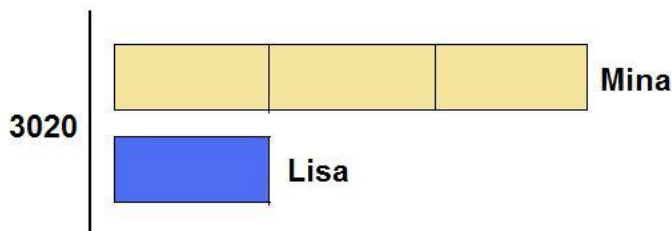
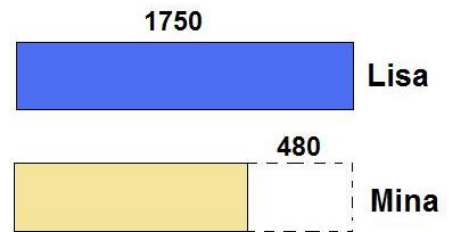
Eksempelene under er hentet fra et matematikkverk for barnetrinnet. Alle oppgavene er for mellomtrinnet [3].

Lisa hadde 1750 frimerker. Mina hadde 480 færre frimerker enn Lisa. Lisa gav noen frimerker til Mina. Til slutt hadde Mina tre ganger så mange frimerker som Lisa.

- hvor mange frimerker hadde Mina i begynnelsen?
- Hvor mange frimerker hadde Lisa til slutt?

Eksempel på hvordan en på en enkel måte kan visualisere løsningen på oppgaven ved hjelp av "Tegn modell-metoden":

- Mina hadde $1750 - 480 = 1270$ frimerker



- Til sammen har de to jentene $1750 + 1270 = 3020$ frimerker. Det kan deles i fire like grupper med 744 i hver. Lisa har en av slik mengde og Mina har tre. (Mina har tre ganger mer enn Lisa)

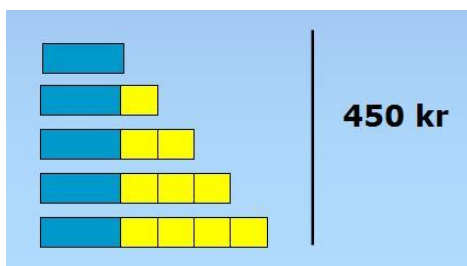
Gjennom å tegne modeller får elevene et hjelpemiddel til å håndtere informasjon, forholde seg til kompleksiteten i oppgavene, og på samme tid kommunisere hvordan de tenker. De bruker denne visualisering som støtte til tallene og all informasjonen som oppgavene gir.

Denne utstrakte bruken av heuristisk og problemløsning i lærebøkene er sannsynligvis hovedgrunnen til at lærerne i Singapore bruker problemløsning i undervisning i så stor utstrekning, og det er selvsagt derfor elevene er så komfortable med å løse slike oppgaver og de har et så godt sett med strategier som de kan bruke [4]. Til sammenligning får svært mange norske elever "panikk" når de møter problemløsningsoppgaver, og ofte bli lærerne møtt med følgende utsagn: "Jeg skjønner ingenting jeg, lærer"

Siri begynte å spare noen penger på mandag. Hver dag fra tirsdag til fredag sparte hun 20 kr mer enn hun sparte dagen før. Hun sparte totalt 450 kr fra mandag til fredag.

Hvor mye sparte hun på mandag?

Forslag på visualisering av løsningen:



Vi vet ikke hvor mye Siri sparte på mandag (blått rektangel), men vi vet hvor mye mer hun sparte på tirsdag, nemlig 20 kr (gult rektangel). Hun sparer for hver dag 20 kr mer enn dagen før. Vi ser at til sammen blir det 10 gule rektangler ($10 \cdot 20 = 200$ kr). Til sammen sparte hun 450 kr, og hvis vi tar bort 200 kr, har vi 250 kr igjen som skal fordeles likt på de på de fem dagene (blåe rektangler). Det gir 50 kr hver dag og det var det

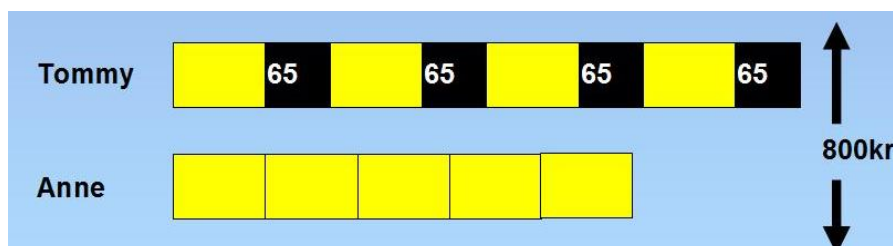
hun sparte på mandagen.

Anne og Tommy har spart 800 kr til sammen.

En firedel av Tommys sparepenger er 65 kr mer enn en femdel av Annes sparepenger.

Hvor mye mer penger har Tommy spart enn Anne?

Forslag på visualisering av løsningen:



Visualiseringen viser at hvis vi holder de 65 kr for seg, blir Tommys firedel lik Annes femdel (gult rektangel). Samler vi de 65 kr får vi 260 kr ($4 \cdot 65 = 260$), og når vi trekker dem fra 800 kr blir det 540 kr igjen som skal fordeles på de ni like delene (de gule rektanglene). Det gir at hver av dem er 60 kr, dvs Tommy har spart ($4 \cdot 60 + 260 =$) 500 kr og Anne ($5 \cdot 60 =$) 300 kr.

Tekstoppgaver

Å lage modeller

Når vi skal løse tekstoppgaver, kan det være lurt å lage en tegning som støtte til det som står i teksten. Vi kaller dette å lage modeller. Hensikten med modellene er at de skal hjelpe oss å sortere opplysningene som står i teksten. På denne måten blir det enklere å forstå hvordan vi må regne for å komme fram til et svar.



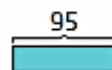
Eksempel

Lag en modell til oppgaven.
En kattunge veide 95 gram da den ble født.
Fem uker senere veide den 545 gram.
Den la på seg like mye hver uke.
Hvor mange gram økte vekten med hver uke?

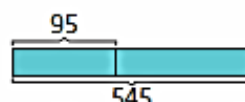


Vi går gjennom teksten og lager modell trinn for trinn:

1 En kattunge veide 95 gram da den ble født.



2 Fem uker senere veide den 545 gram.



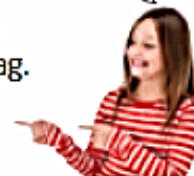
3 Katten la på seg like mye hver uke.



Lag en modell til oppgavene.

1.88 Tilde hadde 395 kr. Hun brukte 145 kr på en CD. Resten av pengene tok hun med på leirskolen. Hun var der i fem dager og brukte like mye penger hver dag. Hvor mye penger brukte Tilde på en dag?

I disse oppgavene skal du trene på å tegne!



1.89 Fillip tjener vanligvis 6450 kr på en uke. En uke tjener han 6890 kr. Det han tjente ekstra denne uken fordeler han likt på sine fire barn. Hvor mye får hvert barn?

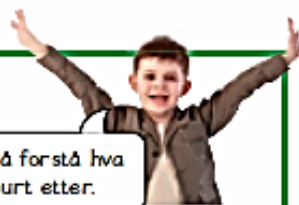
Eksempel

Lag en modell og løs oppgavene.

Emma har 3210 kr mer enn Martin. Martin har 5242 kr.

Hvor mye har de til sammen?

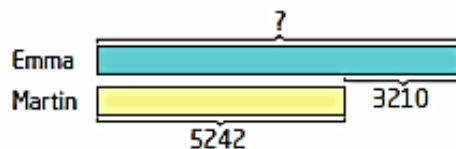
Det er viktig å forstå hva det blir spurt etter.



Vi må først regne ut hvor mye Emma har.

Vi lager en modell.

					3	2	1	0								
					+	5	2	4	2							
					=	8	4	5	2					Emma har 8452 kr		
						8	4	5	2							
					+	5	2	4	2							
					=	1	3	6	9	4				Så mye har de til sammen		
		Emma og Martin har 13 694 kr til sammen														



Lag en modell og løs oppgavene.

1.90 Casper fikk noen penger av bestefar. Han bruker 120 kr på en CD og 85 kr på et ukeblad. Da har han 45 kr tilbake.

Hvor mye penger fikk han av bestefar?

1.91 Oline har en del fotballkort. Hun får 105 kort av onkelen sin. Da har hun 326 kort.

Hvor mange hadde hun før hun fikk kort av onkelen?

1.92 All har 5689 kr, så bruker han penger på en tur til London. Da har han 3460 kr igjen.

Hvor mye bruker han i London?

Hva er det du vet, og hva er det du skal finne ut?



Eksempel

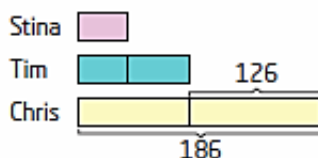
Lag en modell.
Stina har halvparten så mye penger som Tim.
Chris har 186 kr, og det er 126 kr mer enn Tim.
Hvor mye penger har Stina?



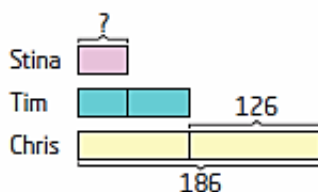
1 Stina har halvparten så mye penger som Tim.



2 Chris har 186 kr, og det er 126 kr mer enn Tim.



3 Hvor mye penger har Stina?



Tegningene gir en god oversikt over informasjonen i teksten.



Lag en modell og løs oppgavene.

1.100 Sofia, William og Noah har samlet på fotballkort.
William har tre ganger så mange kort som Sofia.
Noah har 330 kort, og det er 150 flere enn William.
Hvor mange kort har hver av dem?

Hva er det du vet, og hva er det du skal finne ut?

1.101 Luis og Karina har 60 kr til sammen.
Luis har dobbelt så mye som Karina.
Hvor mye har hver av dem?



1.102 Celina og Olander har 250 kr til sammen.
Celina har 10 kr mer enn Olander.
Hvor mye har hver av dem?



Tekstoppgaver – modeller

Når vi skal løse tekstoppgaver, kan det være lurt å lage en tegning som støtte til det som står i teksten. Vi kaller dette å lage modeller. Modelltegnningene kan hjelpe oss med å sortere opplysningene i teksten, slik at vi enklere kan finne ut hvordan vi skal regne.

Eksempel

Lag en modell og løs oppgaven.

Simen hadde 2802 kr på bankkortet sitt før han dro på butikken. Han kjøpte mat og 8 kasser brus. Hver kasse kostet 95 kr. Etter å ha betalt hadde han 545 kr på bankkortet.

Hvor mye penger brukte han på mat?

- 1 Simen hadde 2802 kr.
Etter å ha betalt mat og brus hadde han 545 kr.
Finn først det totale beløpet Simen brukte.

$$\boxed{2} \boxed{8} \boxed{0} \boxed{2} - \boxed{5} \boxed{4} \boxed{5} = \boxed{2} \boxed{2} \boxed{5} \boxed{7}$$

- 2 Han kjøpte mat og 8 kasser brus.
Hver kasse kostet 95 kr.
Finn så beløpet han brukte på brus:

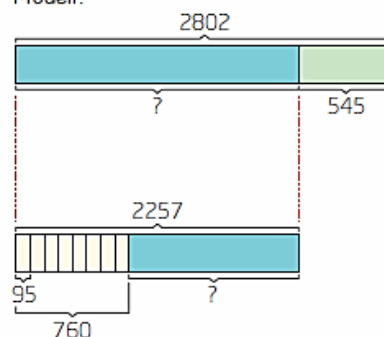
$$\boxed{9} \boxed{5} \cdot \boxed{8} = \boxed{7} \boxed{6} \boxed{0}$$

Trekk til slutt prisen på brusen fra beløpet han brukte på alt han handlet.

$$\boxed{2} \boxed{2} \boxed{5} \boxed{7} - \boxed{7} \boxed{6} \boxed{0} = \boxed{1} \boxed{4} \boxed{9} \boxed{7}$$

Simen brukte 1497 kr på mat

Modell:



Lag modeller og løs oppgavene.

- 1.91** Tina fikk 1750 kr igjen på skatten. Hun sparte 525 kr. Så ga hun 110 kr til hvert av sine fire barn. For resten av pengene kjøpte hun en jakke. Hvor mye kostet jakka?
- 1.92** Johan fikk 14 548 kr igjen på skatten. Han sparte 3500 kr. 5543 kr brukte han på en ferie. Resten av pengene fordelte han likt på sine fem barn. Hvor mye fikk hvert barn?

Eksempel

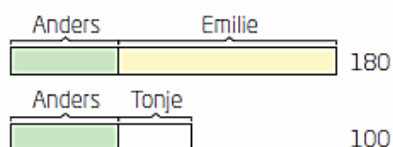
Lag en modell og regn ut.

Anders og Emilie har 180 kr til sammen. Anders og Tonje har 100 kr.

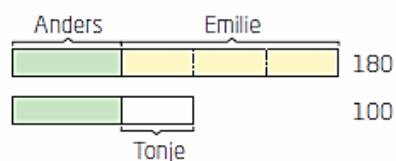
Emilie har tre ganger så mye penger som Tonje.

Hvor mye penger har Anders?

- 1 Anders og Emilie har 180 kr.
Anders og Tonje har 100 kr.

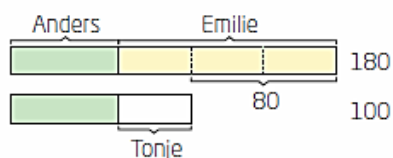


- 2 Emilie har tre ganger så mye penger som Tonje.



De to delene som Emilie har mer, har verdi 80 kr.

$$180 - 100 = 80$$



Hver del har verdi 40 kr: $80 : 2 = 40$

Emilie har:

$$40 \cdot 3 = 120$$

Anders har:

$$180 - 120 = 60$$

Anders har 60 kr

- 1.103** Thea og Magnus har 575 kr. Thea og William har 440 kr.
Magnus har dobbelt så mye som William.
Hvor mye har Thea?

- 1.104** Oscar og Sofie har 755 kr til sammen. Ingrid og Sofie har 545 kr.
Oskar har fire ganger så mye penger som Ingrid.
Hvor mye penger har Sofie?

- 1.105** Leah og Sina har 350 kr. Jonas har like mye som Leah og Oliver til sammen. Sina har tre ganger så mye som Oliver. Jonas har 250 kr.
Hvor mye har hver av de andre?

Referanser

[1] <http://no.wikipedia.org/wiki/Hovedside>

[2] Ban Har, Yeap, (2007) “*Achieving the aims of future-oriented mathematics curriculum: problem solving in elementary school examination in singapore*” MATHTED 2007: An International Conference in Mathematics Education, Cebu city, Philippines

[3] Kheong, F.H., Ramakrishnan, C., Soon, G.K. (2005): *My pals are here*, 1- 6, Marshall Cavendish, Singapore

[4] Ban Har, Yeap, (2007) “*The Singapore Mathematics Curriculum and Mathematical Communication*” APEC - Tsukuba International Conference III, “Innovation of Classroom Teaching and Learning through Lesson Study” , Tokyo Kanazawa and Kyoto, Japan